

実稼働データによる有限要素モデルアップデート

概要

有限要素解析 (FEM) のモデルアップデート法は、構造解析シミュレーション・モデルを最適化する最も有効な方法として知られています。その従来のアプローチでは、FEMシミュレーション・データを実験モード解析 (EMA) 結果によって検証し、アップデートが行われます。一般に、実験モード解析の応答は実験条件 (構造特性、荷重の変化など) に依存しないため、EMAデータ (共振周波数、周波数応答関数から推定されるモードシェープ) は、アップデートに応用されます。

しかし、実稼働時の機械構造は構造特性や境界条件の変化および実験装置の付加などの影響により、正確な実験モード解析を行なうことは不可能です。その適切なシミュレーションとして、実稼働時の参照データを使用することが必要となり、それによってモデルアップデートも可能になります。さらに、アップデート・モデルは、運転条件を考慮したモデルの有効性を確認することができます。

この論文は、実稼働変形シェープ (ODS) に基づくアップデート・アプローチ法を紹介し、構造特性としての質量、剛性、減衰を同時にアップデートする方法を提案します。

1 はじめに

実験モーダル解析 (EMA) ^[1] は構造特性を同定するための実験アプローチとして知られています。実験モーダル解析は、一連の測定周波数応答関数 (FRF) から共振周波数を推定し、機械構造のグローバルな情報としてのモードシェープを識別します。一方、FEM解析では有限要素モデリングによる線形モード解析プロセスを実行します。また、必要に応じて感度解析アルゴリズムが共振周波数やモードシェープの推定に利用されます。このようにEMAデータは、FEモデルのアップデートに最も有効なデータですが、次のようなデメリットもあります。

- 線形モード解析は外力を考慮できません。このEMAデータは実稼働時の構造挙動に影響する荷重条件を考慮していないため実稼働解析には使用できません。
- 運転環境条件での実験モード解析を行なうことが物理的にできない。例えば、センサーなどの設置が不可能かもしれません。
- FEプログラムのモード減衰の入力として、実験の振動モード減衰比を使用することが可能ですが、減衰応答が得られないため減衰特性をアップデートすることができません。FEモデルの減衰特性はモデルアップデートのための参照データとして測定FRFを使用することによりアップデートされます。

実稼働モード解析 (OMA) ^[1] は、近年、実験モード解析の代案としても提案されています。例えば、大きな構造物を実験的に励振するのが難しい土木構造の実験モード解析に利用されています。さらに、ランダム励振 (風、運転時外力、...) モードシェープに基づくレスポンス・スペクトル平均によって、共振周波数や減衰比を推定することができます。既に、OMAの測定方法は確立されていますが、実稼働条件の下ではいくつかの問題も存在し、OMAモードシェープは、EMAモードシェープよりノイズを含む傾向にあります。一般的に、OMAは限定的なモードを識別するために使用され、高感度な同一モデル・パラメータによるレスポンスを使用することによってノイズを低減することが可能です。

また、OMAベースのアップデートは、EMAベースのアップデートのように、FEモデルの減衰パラメータをアップデートすることはできません。EMAでは、物理的な減衰特性のアップデートは一連の実験FRFを使用しますが、それらのFRFに相当するOMAの測定データは実稼働レスポンス・スペクトルです。一連のレスポンス・スペクトルから対象周波数ラインの実稼働変形シェープ (ODS) を識別することができます。したがって、ODSベースのアップデートは実稼働データを使用したFEモデルのアップデート・アプローチとも捉えられます。

2 実稼働変形シェープ (ODS) によるモデルアップデート

実稼働変形シェープは構造物の剛性、質量、減衰の特性情報を含んでいます。実稼働シェープは対象周波数ラインにおいて識別され、それらはモードシェープ以上の多くのデータセットを提供します。より多くのデータセットを使用することによってシェープへのノイズの影響を低減することが可能です。また、ODSデータは実稼働条件の下で測定され、FEモデルをアップデートするための参照データとして使用され、解析的に計算されます。ODSをシミュレートするには、FEモデルに動的加振力（加振周波数関数の振幅と位相）を作用させなければなりません。そのため、測定時の加振力に関するデータが必要となります。

ODSベースのモデルアップデート技術は振動機械の安全性や耐久性のモニターに応用することができます。実稼働データを使用したモデルアップデートの自動化によって、機械構造の正常運転状態を検証することも可能です。

2.1 アップデート・プロセス

アップデート・サイクルは、ODSの計算からスタートします。計算効率を高めるために、ODSはモードの重ね合せアプローチ^[2]を使用して得られます。即ち、最初に正規モードを計算し、指定外力によるODSが推定されます。その解析によるODSは実験によるODSと比較され、またアップデート・パラメータに関するODSレスポンス感度が計算されます。次に、パラメータ修正はベイズのパラメータ推定法^[3]を使用して評価されます。

$$\{\Delta P\} = \left([C_p] + [S]^T [C_r] [S] \right)^{-1} [S]^T [C_r] \{\Delta R\} \quad (1)$$

$\{\Delta P\}$: パラメータ変更値、 $\{\Delta R\}$: レスポンス差分、 $[S]$: 感度マトリックス、 $[C_r]$: レスポンスに関する確信度マトリックス、 $[C_p]$: パラメータに関する確信度マトリックス

パラメータ変更値結果は、FEモデルに適用され、アップデート・モデルのレスポンスが計算されます。アップデート・パラメータが剛性や質量のマトリックス（例えば減衰パラメータ）を変更しない場合、正規モードはアップデート・プロセス間において変わらないことに注意してください。それによって、FEモデル解析の縮減が可能となり非常に効率的なアップデート・プロセスが実行されます。

2.2 レスポンス選択

ODSベースのアップデート・アルゴリズムは、解析と実験の実稼働シェープの相関係数を使用します。その相関性は対象の実稼働シェープ周波数ラインから推定されます。

次の3つの相関係数がアップデート・レスポンスとして使用されます。

変位保証係数 (DAC: Displacement Assurance Criterion) : DACは、2つの実稼働シェープ間の全体的なシェープ相関を示し、次のように定義されます。

$$DAC = 100 \frac{|\{\psi_a\}^T \{\psi_e\}|^2}{|\{\psi_a\}^T \{\psi_a\}| |\{\psi_e\}^T \{\psi_e\}|} \quad (2)$$

DACレスポンスのターゲット値は100（完全相関）です。

変位スケール係数 (DSF: Displacement Scaling Factor) : DSFは、2つの実稼働シェープ間の全体的な振幅誤差を示し、次のように定義されます。

$$DSF = \frac{|\{\psi_a\}^T \{\psi_e\}|}{|\{\psi_e\}^T \{\psi_e\}|} \quad (3)$$

DSFレスポンスのターゲット値は1です。

変位位相相関係数 (DPC: Displacement Phase Correlation) : DPCは、2つの実稼働シェープ間の全体的な位相相関を示し、次のように定義されます。

$$DPC = 100 \left(1 - \frac{|\angle(\{\psi_a\}^T \{\psi_e\})|}{\pi} \right) \quad (4)$$

\angle は複素数の位相角を示し、DPCレスポンスのターゲット値は100です。

2.3 感度解析

ODSベースのアップデートの最も重要なステップは「感度係数の計算」です。微分感度の計算アプローチには、DAC、DSF、DPCの感度係数の計算を必要とします。そのための計算式が形性されなければ、解析は不可能です。有限差分感度計算アプローチは比較的容易ですが、個々のパラメータを考慮した追加FE計算が必要になります。これはODSベースのアップデートの精度に大きな影響を及ぼします。

ただし、有限差分や有限微分の計算アプローチを組み合わせることによって、ODSレスポンスの感度係数を迅速に計算するアルゴリズムを作成することが可能です。はじめに調和外力レスポンス解析の方程式が使用されます。

$$[Z]\{\psi\} = \{F\} \quad (5)$$

[Z]: ダイナミック・バネ定数

$$[Z] = -\omega^2[M] + i\omega^2[B] + [K] + i[C] \quad (6)$$

ODSの偏導関数は次のように表されます。

$$[Z] \frac{\partial \{\psi\}}{\partial p} = \frac{\partial \{F\}}{\partial p} - \underbrace{\frac{\partial [Z]}{\partial p}}_{=0} \{\psi\} \quad (7)$$

モード空間では、方程式 (7) は次のように表されます。

$$\frac{\partial \{q\}}{\partial p} = -[z]^{-1} \frac{\partial [z]}{\partial p} \{q\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} [z] &= -\omega^2[m] + i\omega^2[b] + [k] + i[c] \\ \frac{\partial [z]}{\partial p} &= -\omega^2 \frac{\partial [m]}{\partial p} + i\omega^2 \frac{\partial [b]}{\partial p} + \frac{\partial [k]}{\partial p} + i \frac{\partial [c]}{\partial p} \end{aligned} \quad (9)$$

[m]、[k]および[b]、[c]は、モードの質量、剛性および減衰マトリックスを示します。偏導関数の代わりに有限差分ステップの使用し、式 (8) は次のように書き直すことができます。

$$\{\Delta q\} = -[z]^{-1} [\Delta z] \{q\} \quad (10)$$

[z]は次のようにも表せます。

$$[\Delta z] = [z(p + \Delta p)] - [z(p)] \quad (11)$$

モードの変位ベクトル $\{\Delta q\}$ を空間領域への変換によって、パラメータ p と Δp の修正によるODSが得られます。

$$\{\Delta \psi\} = [\Psi]^T \{\Delta q\} \quad (12)$$

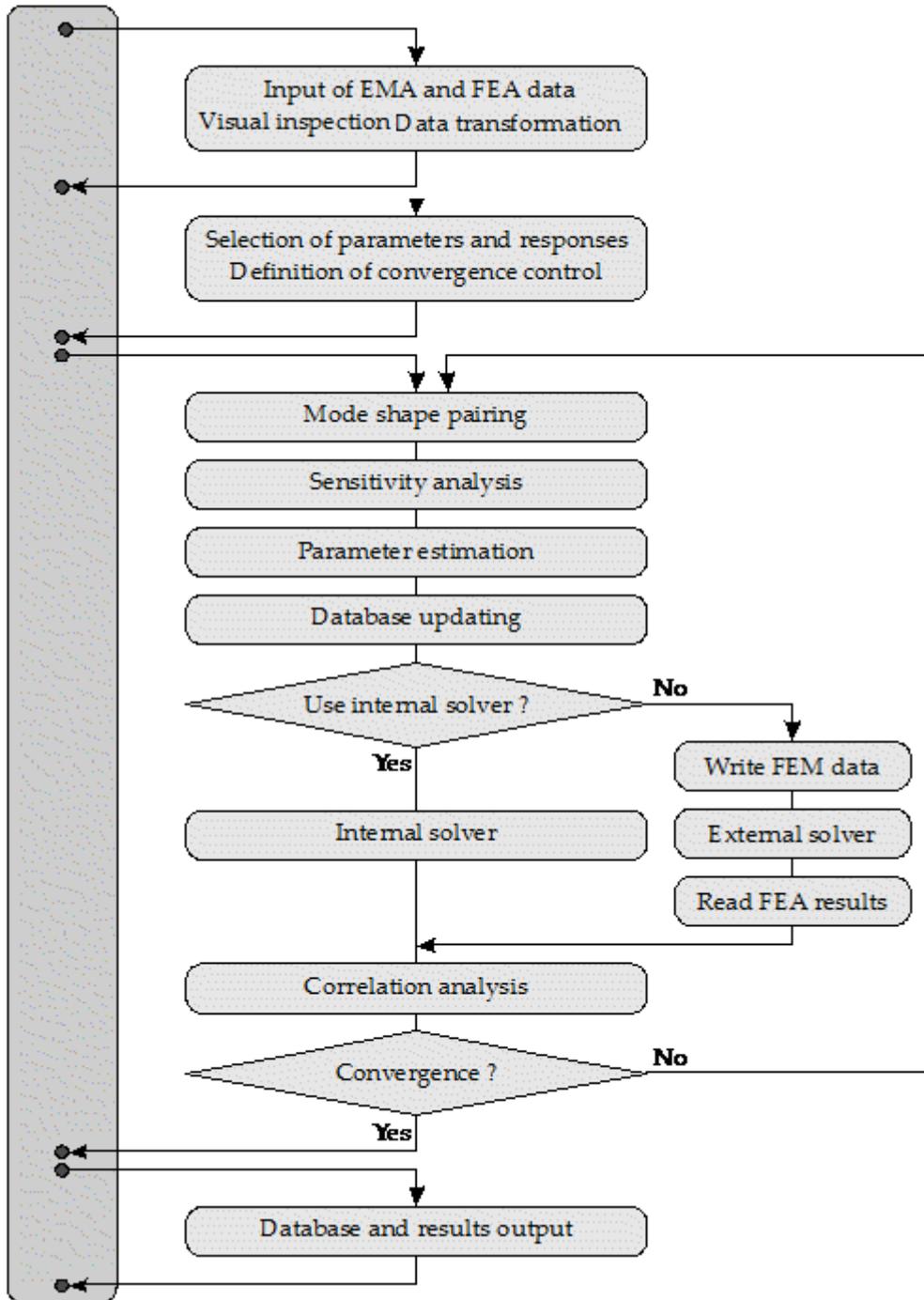
式 (12) はモード空間でのFEモデル解析を必要とし、この式は時間依存関数であることを暗示します。

最終的に、モデル・パラメータに関するDAC感度は、次のように表すことができます。

$$\frac{\partial DAC}{\partial p} \approx \frac{DAC(p + \Delta p) - DAC(p)}{\Delta p} \tag{13}$$

$$= \frac{100}{\Delta p} \left(\frac{|\{\psi_a + \Delta\psi_a\}^T \{\psi_e\}|^2}{|\{\psi_a + \Delta\psi_a\}^T \{\psi_a + \Delta\psi_a\}| |\{\psi_e\}^T \{\psi_e\}|} - \frac{|\{\psi_a\}^T \{\psi_e\}|^2}{|\{\psi_a\}^T \{\psi_a\}| |\{\psi_e\}^T \{\psi_e\}|} \right)$$

{Δψ}は式 (12) から求められます。同様に、DSFとDPCの感度も式 (13) から計算されます。



モデルアップデート・フロー

3 テストケース

前述のODSベースのアップデート法は、FEMtoolsモデルアップデート・ソフトウェア^[4]によって実証されます。その先端的アップデート技術は、以下のテストケースによって例証されます。

3.1 セットアップ

構造モデルの小型発電機（モーター）がスプリングで支えられています。構造モデルは、ポリマー製ブロック・コーナーに支えられた厚いベースプレートに取り付けられています。その実験セットアップを図1に示します。

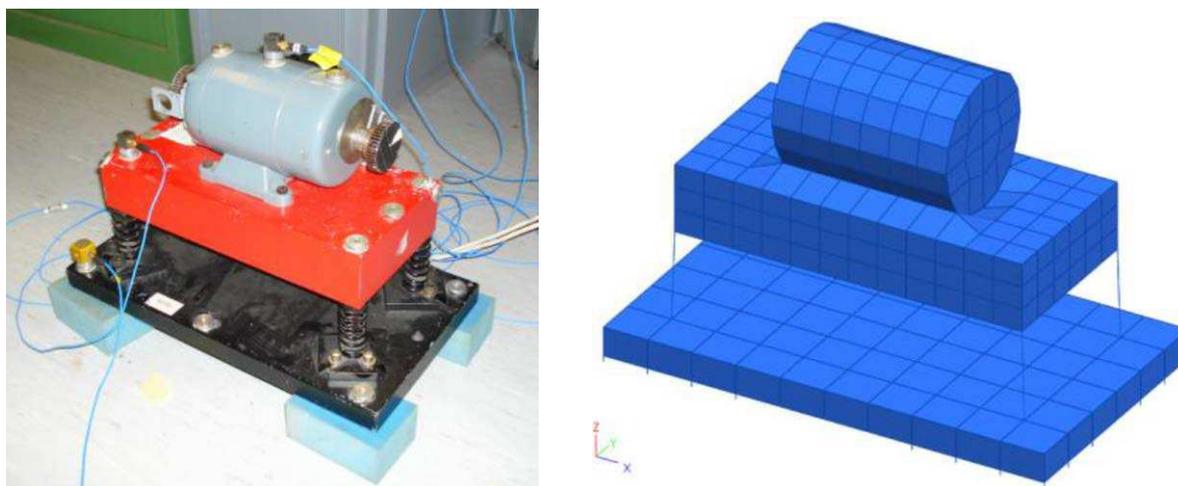


図1 実験セットアップ（左）とFEモデル（右）

ODSベースのアップデート・ルーチンを実行するために、「シミュレート実験データ」がFEモデルをアップデートするために使用されます。この例証によって、結果のアップデート・パラメータ値がどれくらい「正しい値」に近似するかを確認することができます。図1で示されたFEモデルは実験データを生成するために使用されました。モデルは2つのタイプのスプリング特性（サポート・スプリング、コネクション・スプリング）を持っています。サポート・スプリングはベースプレート間を支える4セットの12のスプリングとしてモデル化されます。コネクション・スプリングはモーターとモーター・ベース間を支える4つのスプリングとしてモデル化されます。表1にそれらスプリング特性（ K_x, K_y, K_z : X, Y, Z方向の剛性値、GE : 構造減衰値）を示します。

	サポート・スプリング	コネクション・スプリング
K_x	1000	10000
K_y	1000	10000
K_z	10000	100000
GE	0.1	0.01

表1 FEモデルのスプリング特性

一連の実験データとして、3~35Hz、0.2Hzステップでの表1のスプリング特性によるモデルの実稼働変形シェープの計算より生成されました。実稼働変形シェープは、図2に示すような測定グリッドのレスポンス・ポイントに基づく9つのレスポンス・ポイントでのX, Y, Z方向の加速度が計算されました。励振ポイント（Excitation point）で加振力がX, Y, Z方向に適用され、その加振力は周波数レンジ全体に一定に作用します。

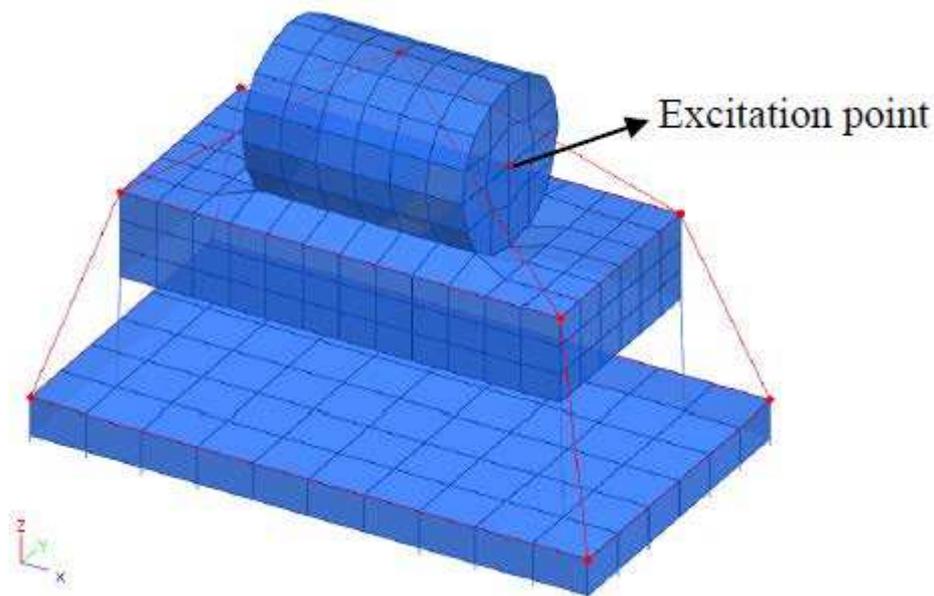


図2 測定グリッド

3.2 ODS ベースのアップデート

ODSベースのアップデート・アプローチとして最初に、FEモデルのスプリング特性がアップデートされます。次に、そのアップデートされたFEモデルがFEモデルから推定された実稼働変形シェープによってアップデートされます。最後に、アップデート・スプリング特性としてのパラメータ値が正しく識別することができたことを検証するために参照スプリング特性と比較します。

3.2.1 テストケース

ODSベースのアップデート・アプローチは、スプリング特性の剛性と減衰を評価するために修正されました。テストケース値のそれぞれの修正前と修正後のスプリング特性を表2に示します。

参照シェープと修正済のスプリング特性FEモデルシェープの間の相関性を図3に示します。

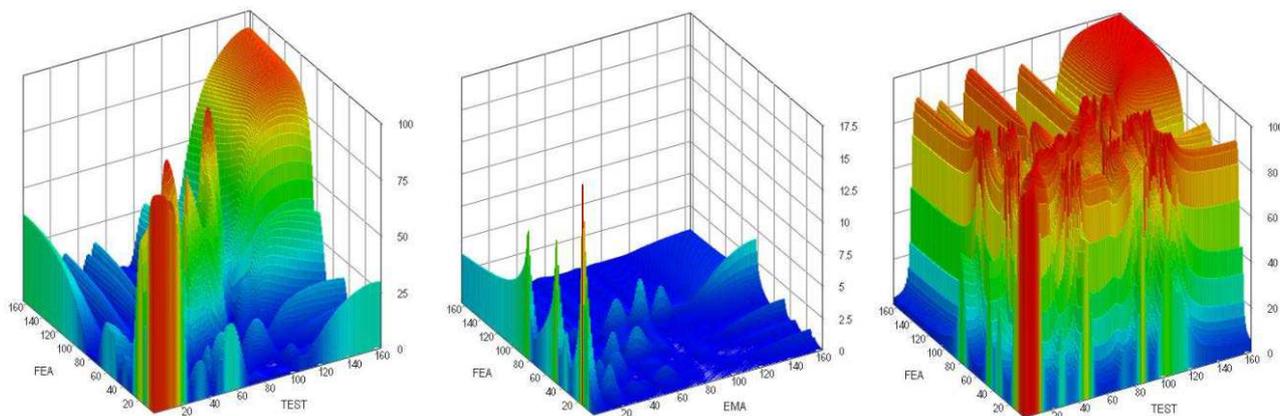


図3 スプリング特性の修正前のDAC (左)、DSF (中)、DPC (右) マトリックス

図3のそれぞれの相関性マトリックス情報は過多の相関性を示し、特定可能な相関性を解釈することはできません。対象周波数ラインの相関性の見出すには、それらのマトリックスの対角項を極大化することにより可能になります。

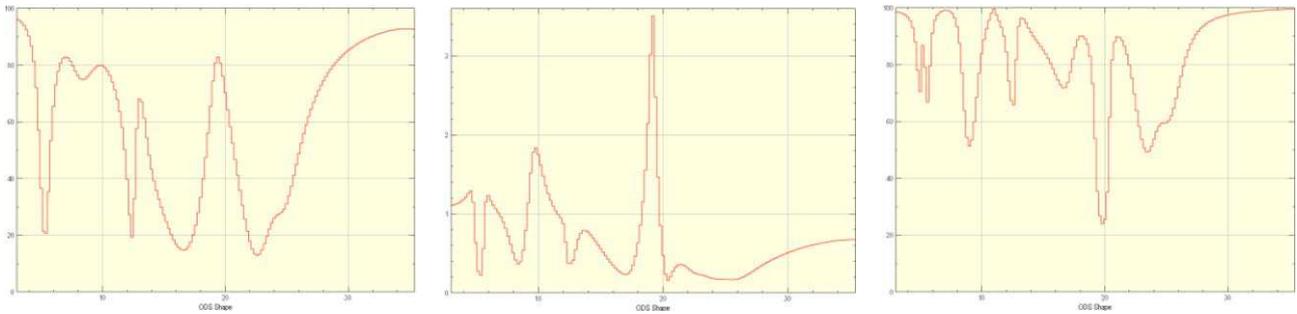


図4 スプリング特性の修正前のDAC (左)、DSF (中)、DPC (右) マトリックス (対角項値)

モデルはすべてのパラメータとレスポンスに対して同一の確信度によるベイズのパラメータ推定法を使用してアップデートされます。反復ステップ数14でのアップデート・プロセスにおいてパラメータ値が安定値へ滑らかに収束しました。図5は、対象レスポンス (10.2HzDAC値) とそのパラメータ (コネクション・スプリングの減衰) の反復チャートを示します。

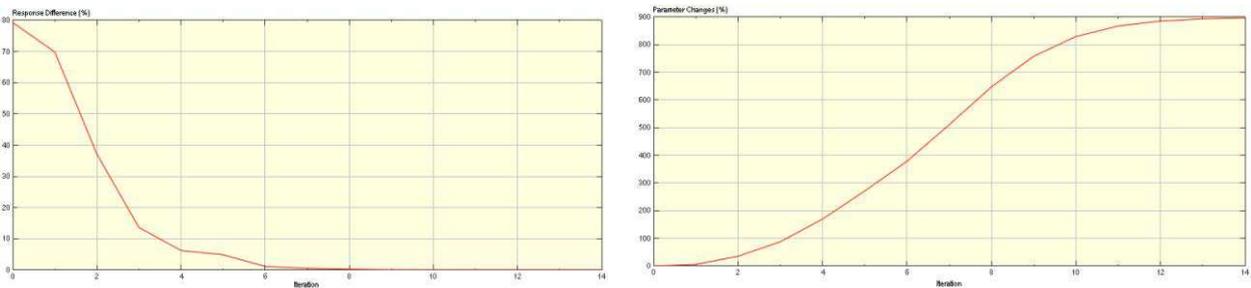


図5 10.2HzのDACレスポンス (左) とコネクション・スプリングの減衰 (右) の反復チャート

このアップデート・プロセスの目的は、すべてのDAC値とDPC値を100に近似させ、すべてのDSF値を1に近似させる修正値を導き出すことです。図6は、DAC、DSF、DPCのマトリックスの対角項相関を示します。DAC値とDPC値もチャートのY軸スケールは、99~101でプロットされ、DSF値のチャートのY軸スケールは0.99~1.01プロットされています。それぞれは、最終的に適切な相関性が得られたことを示します。

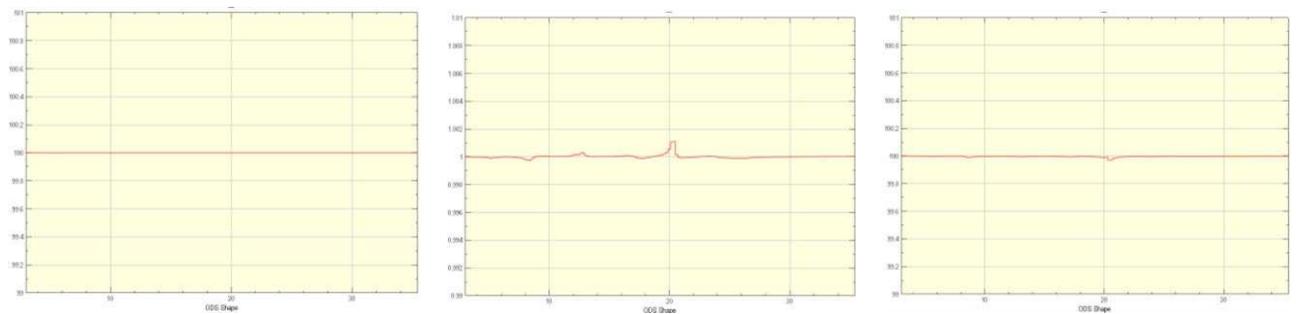


図6 アップデート後のDAC (左)、DSF (中)、DPC (右) マトリックス (対角項値)

表2のアップデート結果は、ODSベースのアップデートが適切なスプリング特性を同定したことを示します。

	サポート・スプリング				コネクション・スプリング			
	初期値	修正値	参照値	誤差	初期値	修正値	参照値	誤差
Kx	750	1000.0	1000	0.0%	10000	10000	10000	0.0%
Ky	1500	1000.0	1000	0.0%	8000	9999.9	10000	0.0%
Kz	5000	10000.0	10000	0.0%	200000	99995.0	100000	0.0%
GE	0.15	0.100	0.1	0.0%	0.001	0.00999	0.01	-0.1%

表2 第1段階のテストケース結果

3.2.2 選択レスポンスの感度

第1段階のアップデートでは、すべての周波数ラインのDAC、DSF、DPCのレスポンスを使用しましたが、どのレスポンスが最適値に寄与しているかは明らかではありません。その感度解析結果として、DAC、DSF、DPCのレスポンスの感度係数を示す図7からも3つのレスポンス・タイプの感度係数に基本的な違いは見えません。

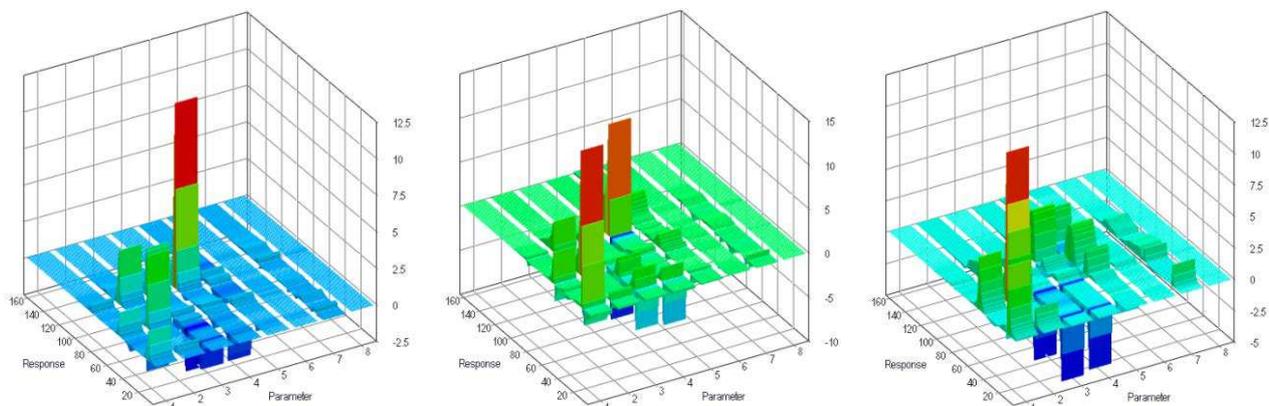


図7 アップデート・パラメータのDAC (左)、DSF (中)、DPC (右) の感度係数

第2段階では、アップデート問題をレスポンス・タイプのコンビネーション (DACのみ、DSFのみ、DPCのみ、DACとDSF、DACとDPC、DAC,DSF,DPCのすべて) によって解析します。各レスポンス・コンビネーションによるアップデート結果を表3に示します。DSFレスポンスを含むレスポンス・コンビネーションは高精度のスプリング・パラメータが得られ、DSFレスポンスを含まないコンビネーションでは、微小な誤差を伴うスプリング・パラメータが得られました。それらの結果から感度計算を使用したアップデート問題の解析に必要な計算時間 (CPU時間) はレスポンス数に影響されないことに注目すべきです。したがって、すべてのレスポンス・タイプ (DAC、DSF、DPC) を使用することが推奨されます。

	Kx		Ky		Kz		GE	
	修正値	誤差	修正値	誤差	修正値	誤差	修正値	誤差
DAC	1010.3	1.0%	996.0	-0.4%	10044.0	0.4%	0.116	15.6%
DSF	1000.0	0.0%	1000.0	0.0%	10000.0	0.0%	0.100	0.0%
DPC	946.4	-5.4%	1023.9	2.4%	9871.6	-1.3%	0.109	8.5%
DAC-DSF	1000.0	0.0	1000.0	0.0%	10000	0.0%	0.100	0.0%
DAC-DPC	979.2	-2.1%	1008.0	0.8%	9818.1	-1.8%	0.110	9.6%
DSF-DPC	1000.0	0.0%	1000.0	0.0%	10000.0	0.0%	0.100	0.0%
DAC-DSF-DPC	1000.0	0.0	1000.0	0.0%	10000.0	0.0%	0.100	0.0%

表3.1 サポート・スプリングのレスポンス・タイプ・コンビネーション

	Kx		Ky		Kz		GE	
	修正値	誤差	修正値	誤差	修正値	誤差	修正値	誤差
DAC	9918.9	-0.8%	9969.6	-0.3%	96450	-3.6%	0.00099	-90.1%
DSF	10000.0	0.0%	9999.9	0.0%	99996	0.0%	0.00999	0.0%
DPC	10278.0	2.8%	9879.7	-1.2%	105010	-5.0%	0.00161	8.5%
DAC-DSF	10000.0	0.0	9999.9	0.0%	99996	0.0%	0.00999	-0.1%
DAC-DPC	10131.0	1.3%	9949.7	-0.5%	105210	5.2%	0.00175	-82.5%
DSF-DPC	10000.0	0.0%	9999.9	0.0%	99997	0.0%	0.00999	-0.1%
DAC-DSF-DPC	10000.0	0.0	9999.9	0.0%	99995	0.0%	0.00999	-0.1%

表3.2 コネクション・スプリングのレスポンス・タイプ・コンビネーション

3.3 FRF ベースのアップデート

実稼働変形シェープを生成するために使用された加振の単位は力（Force）であるため、すべての実稼働シェープのコンビネーションが測定DOFを持つFRFにしたがって推定されます。したがって、対象のテストケースもFRFベースのアップデート・アルゴリズムを使用して解析することができます。

3.3.1 初期相関

FRFベースのアップデートは、FRF相関関数ベースのアプローチを使用します。対象レスポンスとして、周波数ステップ0.2Hz、周波数レンジ3~35HzレンジのCSACとCSFの相関関数^[5]が得られます。その初期値は表4で示されるように、前節で使用されたものと同一です。図8は初期パラメータ値に関するCSACとCSFの相関関数を示します。それぞれの関数は、FEモデルと実験データ間の相対相関を示します。

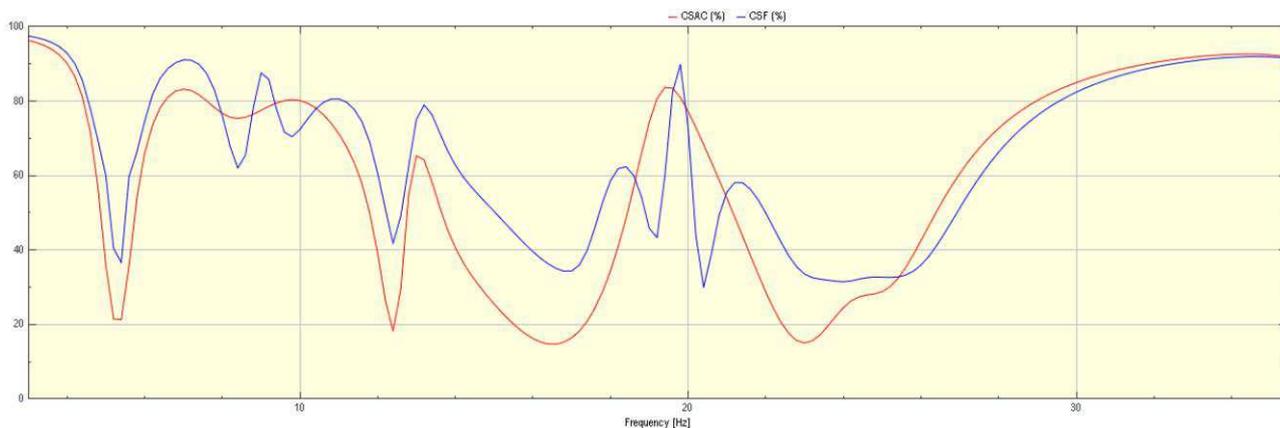


図8 初期パラメータ値のCSAC（赤）とCSF（青）のFRF相関関数

3.3.2 アップデート

FEモデルはすべてのレスポンスとパラメータに対して同一確信度値を指定し、ベイズのパラメータ推定法によってアップデートされます。第1段階のモデルアップデートでは一定の安定値に収束したように見えますが、約10回の反復計算後のパラメータ値は期待した安定値と収束レベルに到達していません。さらに、アップデート・プロセスの反復計算を20回繰り返しましたが、十分な結果は得られませんでした。そのレスポンス（8.0HzのCSF値）のアップデート・パラメータ（コネクション・スプリングの並進剛性）の反復チャートを図9に示します。それらの反復チャートは明らかに不安定性（動揺振幅）の振る舞いを示しています。

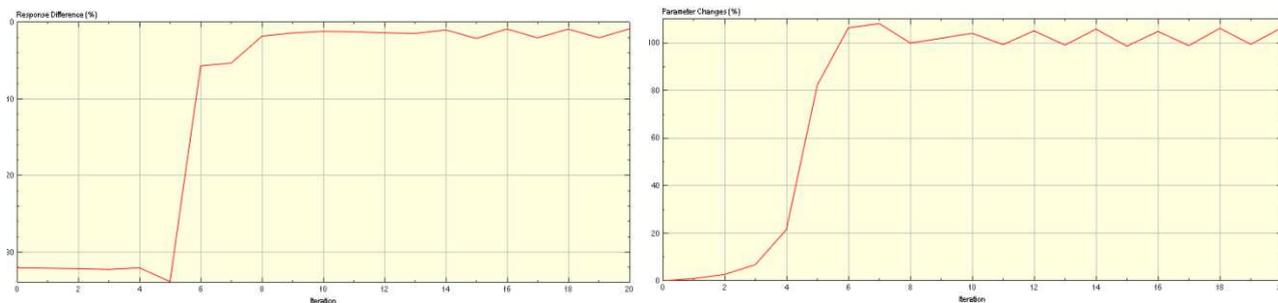


図9 8.0HzのCSFレスポンス（左）とコネクション・スプリング（Kz）の反復チャート（右）

モデルアップデートによって、CSACとSCFの値は著しい改善が期待できますが、モデルアップデート・プロセスは、CSACとCSFの値が100にならなかった周波数ラインに関しては、シミュレーションと実験のデータ間の誤差を拭きませんでした。

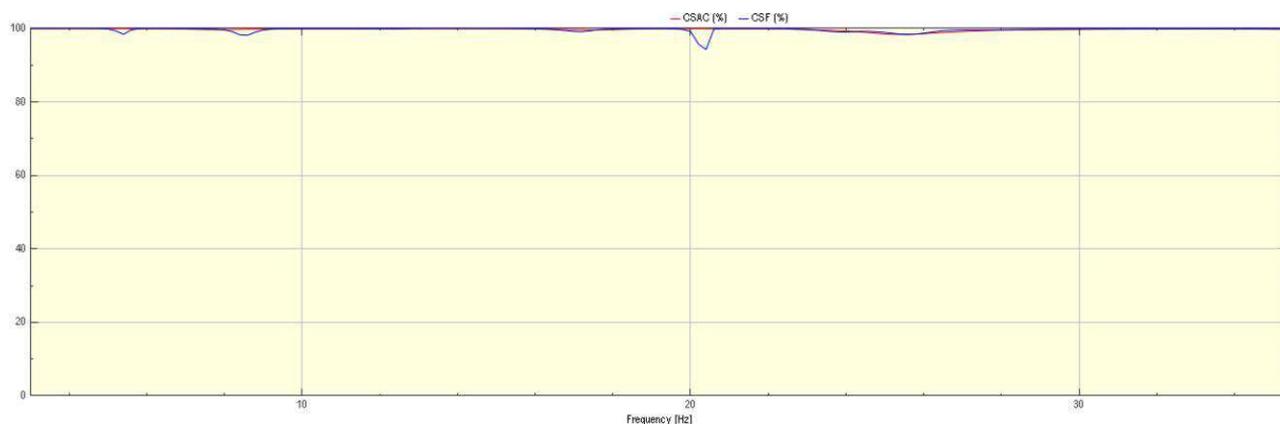


図10 モデルアップデート前（上）後（下）のFRF相関関数

アップデート・ルーチンによって同定されたスプリング特性を表4に示します。アップデート・ルーチンはシミュレートと測定レスポンス間のすべての誤差を縮小することはできませんでしたが、同定されたスプリング特性の最大誤差は、-6.2%（コネクション・スプリング、Kz）を示し、許容可能な近似値です。しかし、同定された減衰特性の最大誤差は、98.8%（コネクション・スプリング、GE）を示し、許容できない近似値です。

	サポート・スプリング				コネクション・スプリング			
	初期値	修正値	参照値	誤差	初期値	修正値	参照値	誤差
Kx	750	1006.7	1000	0.7%	10000	9957.4	10000	-0.4%
Ky	1500	994.7	1000	-0.5%	8000	9984.7	10000	-0.2%
Kz	5000	10320.2	10000	-3.2%	200000	93813.0	100000	-6.2%
GE	0.15	0.1 25	0.1	24.5%	0.001	0.00 0118	0.01	-98.8%

表4 第1段階のテストケース結果

3.4 FRF ベースのアップデートの ODS ベースのアップデート

実証テストケースについて、ODSベースのアップデート・アプローチが、FRFベースのアップデート・アプローチより有効であることが分かります。FRFベースのアップデートではスプリング剛性のおよその近似値を識別することはできましたが、ODSベースのアップデートでは正確なスプリング特性の同定することができました。FRFベースのアップデート・アプローチでは減衰値を同定することも難しく、また、ODSベースのアップデートにおける感度解析は高速計算が可能のため、ODSベースのアップデートの方がFRFベースのアップデート技術より迅速な解析が可能であることは大きな利点です。これは示唆されたODSベースのアップデート・アプローチがパラメータとレスポンスのアップデート問題を解析するための有望なアプローチであることを裏付けます。

それぞれのテストケースにおいて、ODSベースとFRFベースのアップデート・ルーチンが同一データを使用したことに注意してください。また、ODSベースのアップデートでは特定の周波数ラインに対するFRF値を使用した一方、FRFベースのアップデートでは、各FRFの全周波数帯域が使用されました。得られた結果の違いは参照データの違いではなく、それぞれのルーチンのデータ処理によって生じたことが推定されます。

4 結論

実証テストケースについて、FRFベースのアプローチは剛性特性に関するおよその近似値を同定したに過ぎませんが、ODSベースのアップデート・アプローチは正確なモデル・パラメータを同定することができました。また、ODSベースのアップデートでは安定したソリューション結果が得られましたが、FRFベースのアップデート・アプローチでは不安定なソリューション結果を生むことがあります。さらに、ODSベースのアップデートは、FRFベースのアプローチよりモデルアップデートの計算速度においても短縮され、アップデート・プロセス迅速化が可能であることが確認できました。本論文は（株）ストラクチャルサイエンス^[6]において、再検証論文として発表されました。

参照

- [1] [W. Heylen, S. Lammens, P. Sas, *Modal Analysis Theory and Testing*, Katholieke Universiteit Leuven, Departement Werktuigkunde, Leuven (1997)
- [2] *FEMtools Dynamics User's Manual*, Version 3.4.1, April 2010, Leuven, Belgium.
- [3] J. Collins, G. Hart, T. Hasselman, B. Kennedy, *Statistical Identification of Structures*, AIAA Vol. 12, No. 2, 1974.
- [4] Dynamic Design Solutions (www.femtools.com)
- [5] E. Dascotte, J. Strobbe, *Updating Finite Element Models using FRF Correlation Functions*, Proceedings of IMAC XVII, February 1999, Kissimmee, Florida.
- [6] Structural Science Institute (www.ssinst.com)