

# 静剛性試験をベースにした計算モデル・アップデートング による航空機エンジン胴体の有限要素モデルの検証

Armin Schonrock, K. H. Dufour (BMW Rolls-Royce AeroEngines)  
Eddy Dascotte (Dynamic Design Solutions)

## 概要

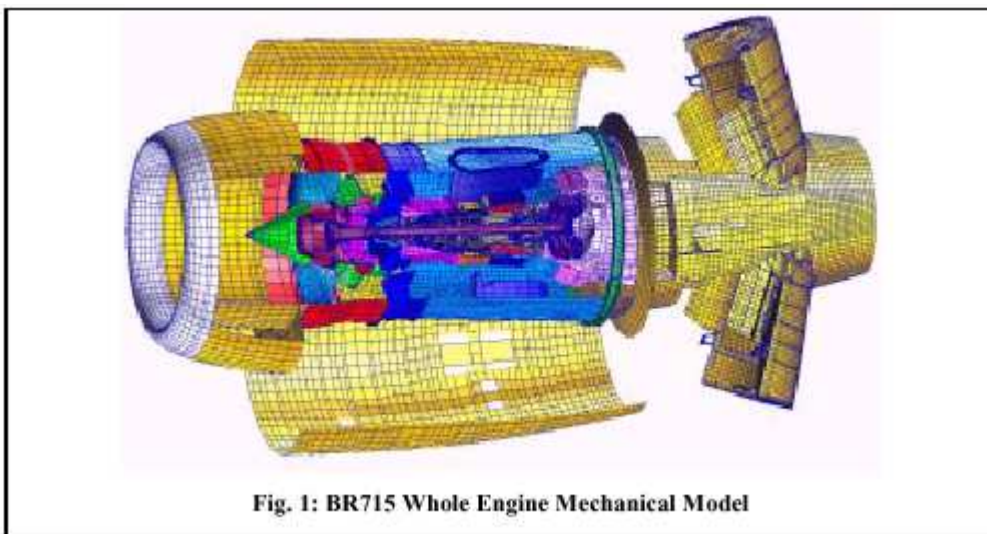


図1 エンジンの全体モデル

400,000 を超える自由度から成るエンジン全体の有限要素モデル(WEM)は、現代の航空機エンジンの設計および認定におけるプロセスの中では、重要な機能を果たします。

WEM の応用の範囲は、設計荷重の決定を支配する予備設計段階での設計パラメータの検討から、種々の試験を通過する間の製造のサポートや、エンジンの寿命が続く間の航空機製造業者に対する製品のサポートにまで及びます。いろいろな動的計算分野の仕事（ローター・ダイナミクス、翼の破損、鳥害など）に加えて、静的計算分野は広範囲の応用に対応します。

BR710 航空機エンジンの認定の際、（他の試験は勿論のこと）、BR710 WEM を検証するために、静剛性試験が用いられました。静剛性試験は、モード試験では励起も測定も難しい特殊な変形を強制的に作り出すという利点を持っています。そして、それはよくモデルの検証のために用いられます。計算モデル・アップデートングと関連して、モード試験に勝るもう一つの利点は、測定される変形量が質量パラメータに無関係であるということです。

試験を終え、実験データと解析データとの相関を調べるプロセスを経た後、計算モデル・アップデートングが行われ、成功しました。本稿では、アップデートング・プロセスの結果は勿論、そのときに用いられた有限要素モデルと試験の手順、アップデートングの方法についても説明します。

## エンジンの全体モデル

BR700 シリーズの航空機エンジンは、信頼性、生産コスト、重量、燃料消費量、騒音、排出物、その他重要な基準に対して、最も高い要求に従わなければならない、複雑な技術のシステムです。

ターボ機械を取り付けた航空機の構造的挙動の最適化は、航空機全体の性能にかなりの影響を与えます。BMW Rolls-Royce AeroEngines において、その飛行と着陸の間のこの複雑なシステムの力学的シミュレーションが、WEM と MSC/NASTRAN 有限要素モデルを用いて行われました。

これらのシミュレーションは、静的および動的荷重条件の下での内部荷重と変形の分布状態を決定するために重要です。例えば、推進力、操縦および着陸条件をシミュレートするために、擬似静荷重が用いられます。動荷重は、飛鳥の衝撃や翼の破損のような非線形、非定常状態をも考慮します。ウィンドミルの作動下でのエンジンの動特性、および胴体の振動や限界速度を引き起こすアンバランスの決定は、エンジンの認定プロセスで必要なローター・ダイナミックスの一部です。

WEM のそれ以外の代表的な応用として、ターボ機械の効率に直接影響するチップ・クリアランスのような設計パラメータの最適化が挙げられます。

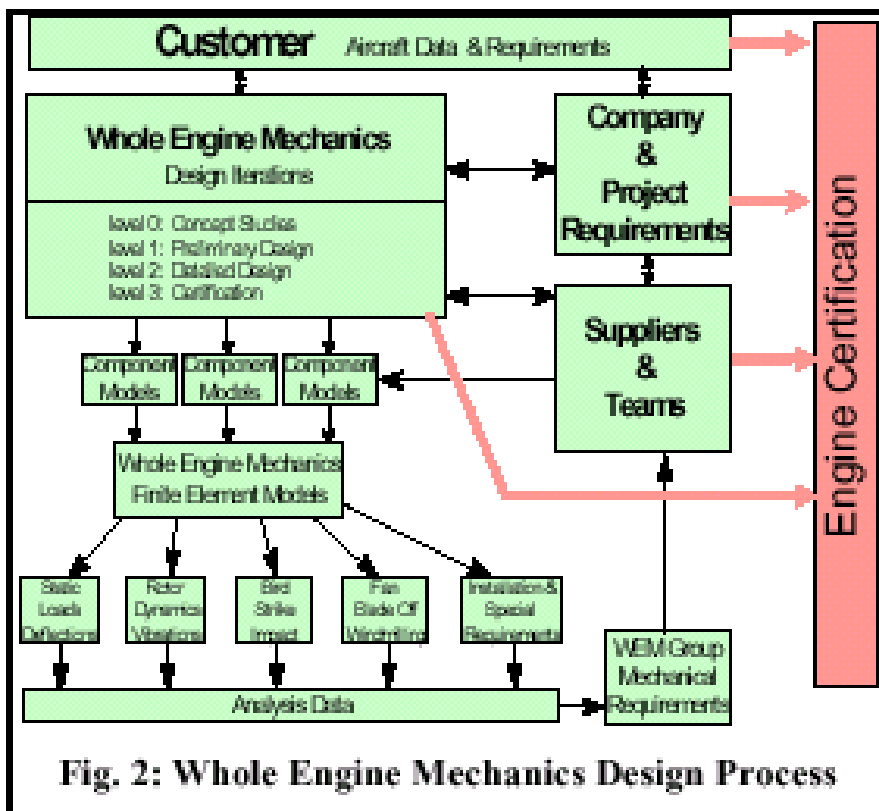


図2 エンジン全体の設計プロセス

WEM は、次のようなサブコンポーネントに分解されます。すなわち、エンジンの胴体、高圧 (hp) ローター、低圧 (lp) ローター、およびエンジン・マウンティング (据付け部) です。図1は、50万自由度を超える3D有限要素モデルを切り取って示したものです。

図2は、WEMの入力と出力の間の複雑な相関関係を示したものです。一例として、具体的な

コンポーネントのモデルに対する境界荷重として使用される、WEM 解析から導き出された断面荷重が挙げられます。エンジンの開発で WEM と関係のない分野はほとんどありません。さらに、WEM はサービス製品のサポートや各プロセスを通過する間の製造のサポートにも使用されます。

この最適化プロセスにおいて WEM が果たさなければならない大掛かりな仕事に対して、モデルの予測の正確さが絶対に必要なことは明らかです。さらに、破壊を伴う試験を減らすために、現代の航空機製造業者は、リードタイムやコストの推定を、有効な数値モデルを用いたシミュレーションで代行することを考えています。

## 実験的検証

WEM の活用を広げるために、計算上必要な要求は最少にすべきです。詳細なモデルの膨大な量の自由度は、膨大なコンピュータ資源を必要とします。これを最小にするために、モデル化の段階で、理想化を図らなければなりません。

これらの理想化は、その適用の対象に応じて、構造物の線形的な変形挙動はもちろん、摩擦の無視や線形化された力 - 変形の材料特性を含めることができます。それはまた、ケーシング・フランジについても同様です。すなわち、引張荷重の下では、フランジは圧縮荷重に似た変形をします。

そのような理想化された解析モデルは、十分な精度を持った結果を生み出すために、適切な検証方法によって較正されなければなりません。これには、元のエンジン部品を使った構造物の試験が必要です。それらの中には、エンジンの全開運転試験のみならず、コンポーネントの試験も含まれます。

本稿で説明する胴体の剛性試験は、ローター・ベアリングとエンジン - 機体付着点との間のロードパスにケーシング・アセンブリ運ぶ重要な荷重の全たわみ性を調べることを目的としました。

試験構造物は、図 3 のように、非常に強固なマウンティング・プレートに固定され、油圧ジャッキを介して負荷されました。ローター・ベアリングの位置、コア・ケーシングでは中心に向かう軸上、およびケーシングの外側の高圧コンプレッサと燃焼室の間で、いくつかの方向に半径方向荷重が作用しました。さらに、アキシャル・ベアリングにも荷重が働きました。作用する力の大きさは、およそ 40kN から 75kN の範囲でした。合計 57 の異なる荷重ケースについて行われました。

中間のケーシングでは、荷重を受けていない固いレファレンス・チューブが、ゆるみのない球形のベアリングを介して取り付けられ、後方のベアリング支持構造ではナイフの刃の形をした単純支持を介して取り付けられました。その設計が、図 4 に描かれています。

ケーシングの変形は、図 4 と図 5 に見られるように、レファレンス・チューブに相対的に、114 個の誘導線形可変変位トランスデューサ (LVDT) を介して測定されました。さらに、いくつかの場所で、ケーシングの応力とマウンティング・リンクに働く力 (リンク力) が歪ゲージを使って明らかにされました。

測定されたケーシングの半径方向の最大変形量は、直径が約 1200mm の測定面の軸の位置により、0.1mm から 1.5mm の範囲でした。試験設備の設計や製作はもちろんのこと、測定そのものの精度に関して非常に高い要求が課せられました。

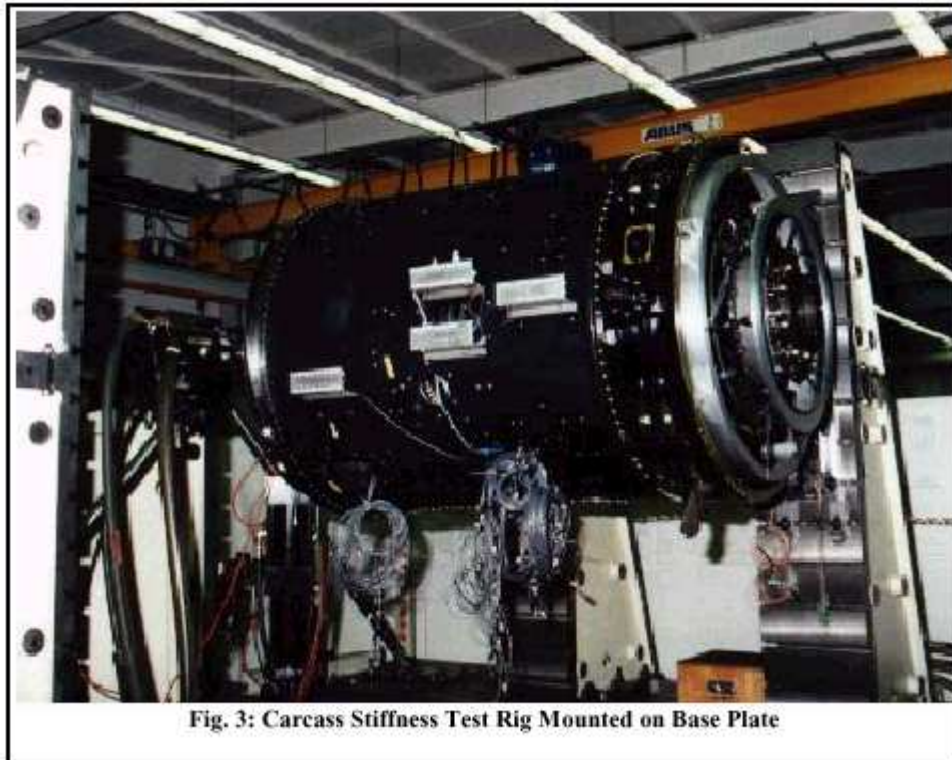


Fig. 3: Carcass Stiffness Test Rig Mounted on Base Plate

図3 ベース・プレート上に据え付けられたエンジン胴体静剛性テスト用リグ

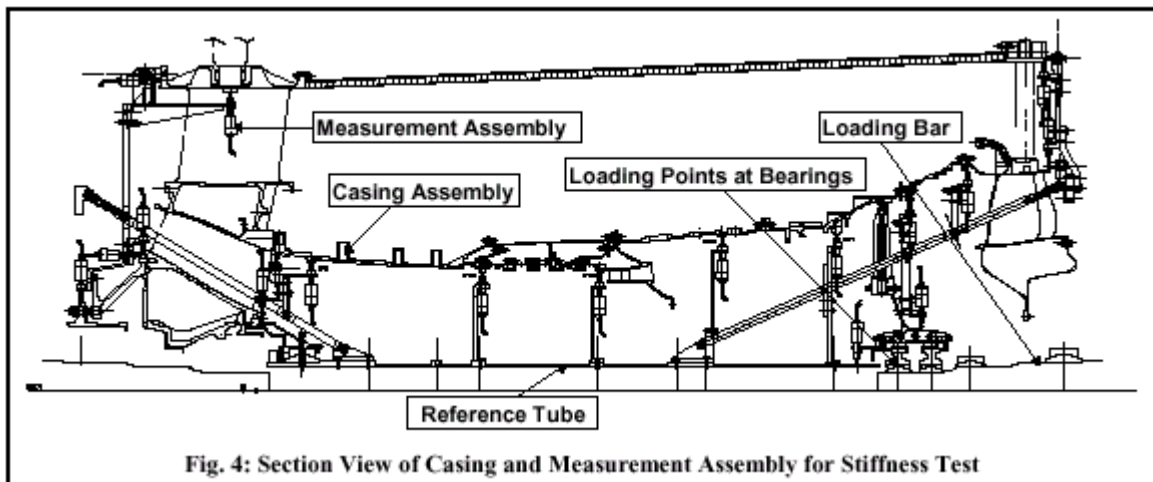


Fig. 4: Section View of Casing and Measurement Assembly for Stiffness Test

図4 静剛性テスト用のケーシングと計測アセンブリの断面図

試験中は、新しい荷重ケースごとに1回目の負荷のあとで、構造物はかなりの非線形挙動を示すことが分かりました。これは、構造物を整定(セッティング)することによって説明できます。したがって、各荷重ケースについて、4回の負荷を行うことに決定しました。繰り返しの間に、構造物は線形挙動を示すようになりました。2回目から4回目の負荷の間、LVDTの測定のリターン精度は、およそ0.01mmでした。16のステップと、最大荷重までの11のステップにおける各負荷サイクル、および5ステップの除荷を用いると、完全なヒステリシス・ループが得られました。ステップ5とステップ10の間の力/変形関数の傾きが、解析モデルのベースになっている線形剛性との比較のために、近似値として採用されました。



Fig. 5: View into Core Showing 5 LVDTs of 8 Total on Reference Ring to Measure Ovalisation of the Casing

図5 コア内部。ケーシングの楕円変形計測用のレファレンス・リング上に8個のうち5個のLVDTの見える。

## 初期相関の結果

いったん試験構造物からセットリングが除かれると、図6に描かれているように、多くの部分で明らかな線形挙動を示しました。唯一の例外が、後部ベアリング支持構造と後部マウント・リングの間のロードパスの中で見つかりました。この場所では、2つの別々の剛性ラインがはっきりと観察されます。図7に示すように、剛性は最大荷重の30%から50%まで減少します。180度逆方向の2つの荷重ケースの間で、LVDTの最大測定値の違いが1%から10%の間で変化することが分かりました。これは、逆の荷重ケースを平均化して更新する間に、カウントされました。

これらはすべて、線形モデルに対して許容できる一般的な小さなバラツキを残しています。フランジの傾斜角のような効果が、それも特に作用する荷重が大きい場合、かなりの非線形性をもたらすだろうと予想しましたが、それは確認されませんでした。

一般に、初期モデルの予測は、受け入れられる程度のテスト・データとの一致を示します。マウンティングのリンク力とAフレームの力の測定値は、正確に決定でき、予測の $\pm 5\%$ 以内に納まりました。マウンティング・リンクに対しては、これは別に驚くべきことではありません。なぜならば、それは静定ではなく、Aフレームに対してコア・ケーシングとバイパスのダクトとの間のモデル化された荷重の分割の正確さを、それによって確認できるからです。

測定された値と予測されたLVDTの読み取り値との誤差は一般に微小ですが、局部的に最悪の場合は60%近い値になりました。試験のセットアップ・モデル(図8参照)は、およそ40,000自由度から成ります。測定は114自由度に対して行われました。既知の変数の数と未知の変数の数との割合、および一般的に誤差が小さいという事実によって、モデルを手操作でアップデートすることが無理だと分かりました。したがって、相関とアップデートングのプロセスにおいて手助けとなるソフトウェア・ツールを開発することが決定されました。これは、DDSによって行われ、既存のFEMtoolsソフトウェアによって実行されました。

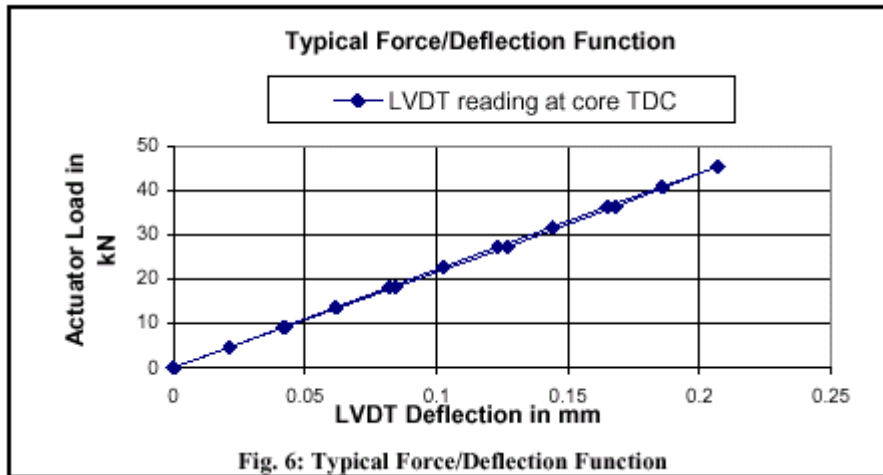


図6 典型的な力 / 撓み関数

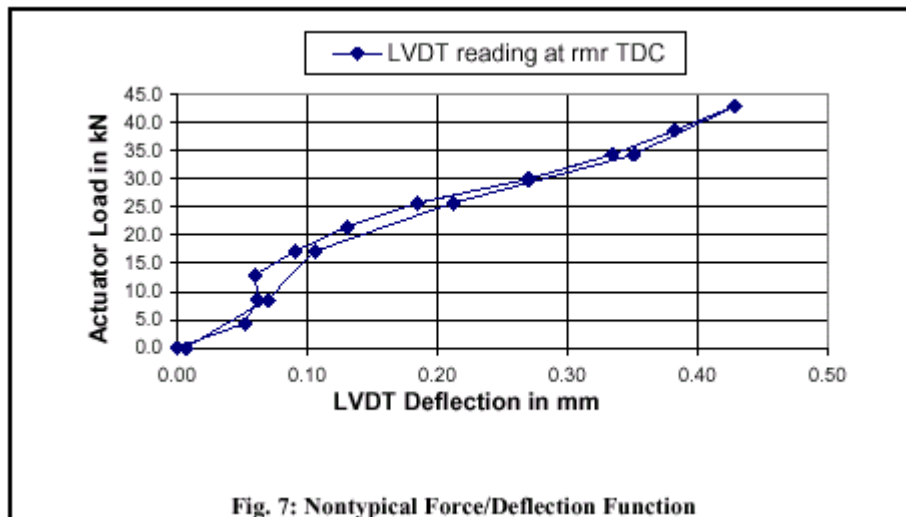


図7 典型的でない力 / 撓み関数

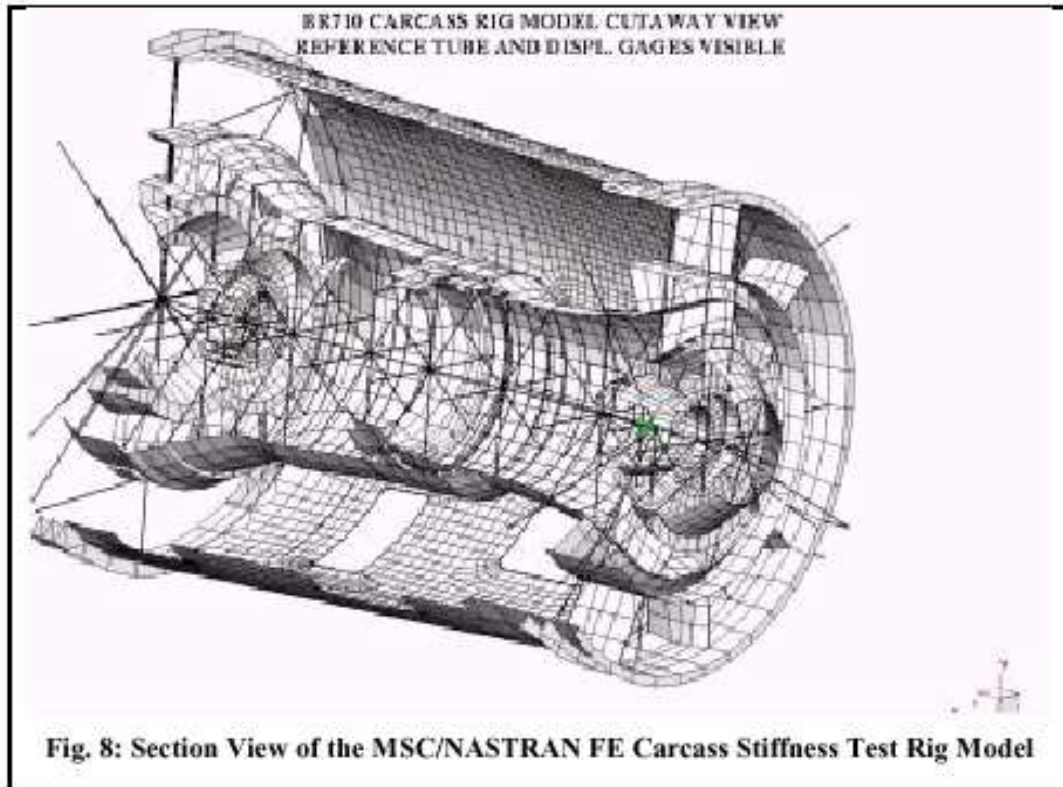


図8 MSC/NASTRAN のエンジン胴体静剛性試験リグの有限要素モデル

### 静的変位データを使用したモデル・アップデートイング

有限要素法は、過去 30 年以上にわたって、設計、メッシング、解析、ポストプロセッシングの点で、高度に統合化され、自動化されてきました。しかし、WEM のように非常に複雑な FE モデルを考慮するには、解析者が FE モデルの制限を知り、かつ理解することが必要であり、その結果を入念に調べる必要があります。

解析的および実験解析手法で得られた結果をシステムティックに比較することによって、FE モデルは、それ以後の解析にもっと確信をもって使用できるように、検証でき、アップデートできます。動的試験のデータを使用した FE モデル・アップデートイングは、一つの解析において、剛性と質量と減衰に関する情報がそろって含まれているという長所を持っています。この手法の障害は、使用するパラメータを決定することが難しいということです。これを克服する一つの方法として、動的解析の前に、質量と剛性を別々に検証することが挙げられます。したがって、推奨する検証の手順は、アップデートの順番にあり、質量、剛性、外力のパラメータが別々に、または同時に検証され、アップデートされるということです。これは、図9に図で説明されています。

静的変位データ・データを使った剛性のモデルのアップデートイングは、次のような誤差関数を最小化することを含んでいます。

$$E = \Delta \epsilon^T C_R \Delta \epsilon + \Delta p^T C_p \Delta p \quad (1)$$

$$\Delta \epsilon = \frac{\partial \{U^j\}}{\partial p_k} \Delta p = S_{jk} \Delta p = [S] \Delta p \quad (2)$$

ここで、

$$\Delta \epsilon = \{U_{ei}^j\} - \{U_{ai}^j\} \quad (3)$$

は、静荷重ケース番号  $j$  に対して、測定自由度  $i$  での実験（添字  $e$ ）と解析（添字  $a$ ）による静的変位の差です。そして、

$$\Delta p = p_{ku} - p_{ko} \quad (4)$$

は、アップデートされた（添字  $u$ ）パラメータとオリジナルの（添字  $o$ ）パラメータの差です。（1）式から（4）式を用いると、アップデートされたパラメータ  $p_{ku}$  が、次のように求められます。

$$\Delta p = \left[ [C_p] + [S]^T [C_R] [S] \right]^{-1} [S]^T [C_R] \Delta \epsilon \quad (5)$$

$C_R$  と  $C_p$  は、それぞれ選択された目標値（静的変位）とアップデートング・パラメータの値に対する重み付き対角マトリックスです。各重みの値は、実験の参照値およびオリジナルのパラメータ推定値に対する確信の度合いです。

変位感度係数  $S_{jk}$  を計算するために、アップデートング・パラメータ  $p_k$  に対して、次のような静的釣合い方程式が導入されます。

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (6)$$

$$[K] \frac{\partial \{U\}}{\partial p_k} = \frac{\partial \{F\}}{\partial p_k} - \frac{\partial [K]}{\partial p_k} \{U\} \quad (7)$$

$\partial \{U\} / \partial p_k$  は、未知の変位感度係数です。

外荷重が構造特性に依存しなければ、 $\partial \{F\} / \partial p_k = 0$

$\partial [K] / \partial p_k$  は、パラメータ  $p_k$  に関するシステム剛性マトリックスの導関数です。この導関数は、微小なパラメータ摂動による微分または有限差分の式を介して得られます。すなわち、

$$\frac{\partial [K]}{\partial p_k} \approx \frac{[K(p_k + \Delta p_k)] - [K(p_k)]}{\Delta p_k} \quad (8)$$

変位感度を計算するために、(7)式を解く必要があります。この解は、(6)式を解くことと、計算上は同じで、荷重ベクトルとして  $\{-\partial [K] / \partial p_k\} \{U\}$  を与えることによって、有限要素解析ソフトウェア MSC/NASTRAN の中で処理されます。この定式化の長所は、感度係数が FE モデルの全自由度に対して求められ、かつ測定自由度のみを含むものに簡単に縮小できることです。



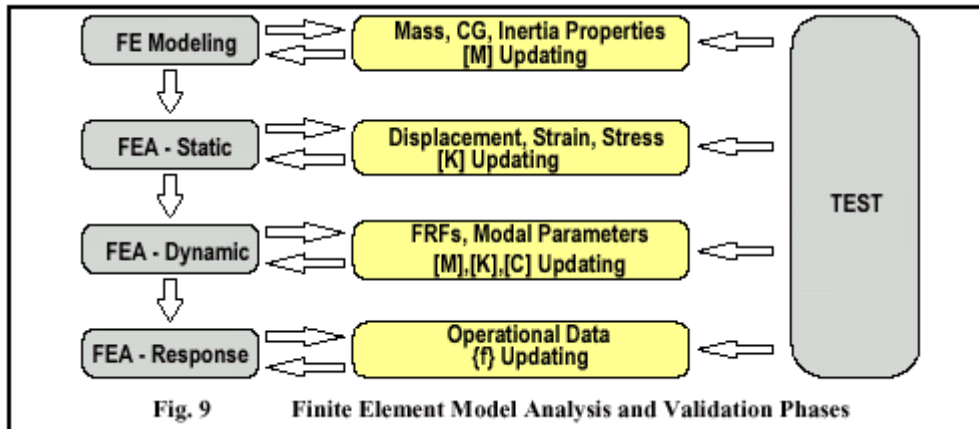


図9 有限要素モデルの解析と検証

### 実際の適用

前節で説明した理論的原則に基づく静的変位を使ったアップデーティングをサポートするために、FEMtools ソフトウェアが採用されました。これには、データ・インターフェイスと、相関分析ツールと、静解析を行うための（変位感度を計算したり、FE モデルのアップデーティング後の変位を計算したりするための）MSC/NASTRAN ドライバー、およびパラメータ推定アルゴリズム（(5)式）が必要でした。その手順の概要が、図10に示されています。

FEMtools は、静的な変位を求める段階を除き、すべてのデータベースの管理や解析を遂行するための、MSC/NASTRAN に対するプリ/ポスト・プロセッサのような働きをします。専用のグラフィック環境によって、ユーザーはモデル化の段階で、主として工学的判断や、仮定や近似における洞察に頼るアップデーティングの目標（応答）とパラメータの選択の仕事を支援してくれるという利益を授かります。

予測した解析結果と試験結果との間の相関の値を定めるために、次のような基準を使用します。

$$DAC(U_a, U_e) = \frac{|(\{U_a\} \{U_e\})|^2}{(\{U_a\} \{U_a\})(\{U_e\} \{U_e\})} \quad (9)$$

DAC(Displacement Assurance Criterion)は、1と0の間の値になるように変位形状をスケールリングし、関係付けます。1というDACの値は、2つの変位ベクトルが完全に一致することに相当します。

(7)式では最初の次数の感度が使用されますから、(2)式の解は1ステップの演算ではなく、図10に示されたような何ステップかの反復的な手順が必要になります。そのためには、誤差関数が振動したり発散しないように、反復ごとにパラメータの変動を微小に保つことが必要です。

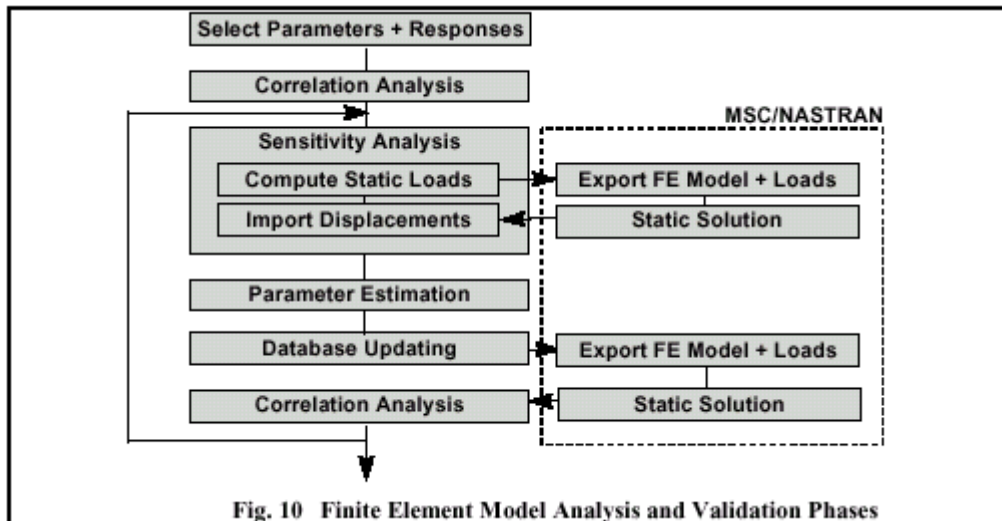


図 10 有限要素モデルの解析と検証

変位感度解析は、SOL200 を使って、MSC/NASTRAN の中でもできますが、FEMtools ソフトウェアによって上記のような一般的な感度解析手順を使うと、次のような利点があります。

- パラメータのタイプ（材料、幾何学、境界条件、...）および応答のタイプ（絶対または相対変位、ひずみ、応力）を柔軟に選択できる。パラメータが要素レベルもしくは要素グループとして選択できる。
- 静解析に MSC/NASTRAN または他のソルバーを使用できる。

### アップデーティング結果と結論

現行のアップデーティングの方法では、WEM モデルのサイズに対して完全に自動的にアップデーティングを行うことはできません。物理的な意味を考慮しなければ、数学的に可能な正しい解の数は膨大なものになります。

アップデーティングのソフトウェアは、多くの可能な選択肢によってユーザーを導いてくれます。そこでは、モデルの変更は有益ですが、ユーザーの経験や工学的判断がモデルの検証を成功させるために不可欠です。

その典型として、アップデーティングのプロセスでは、非常に多くの解析を必要とし、解析の結果が選択したアップデーティング・パラメータに依存する可能性があります。パラメータの大きな変動が必要なこともあります。無感度を示すこともあります。経験は、パラメータを、感度を高くするために、それを要求された値に近づけるために必要です。

この場合は、個々のコンポーネントの検証が、アセンブリのアップデーティングに優先して行われました。これは、多数のコンポーネントについて、自由-自由モデル・テストによって行われました。動的解析によるすべての初期相関において、初期コンポーネント・モデルがテストで要求されているような「こわさ」にはなりません。それは、モデルの大部分が QUAD4 シェル要素でモデル化された構造物に共通する現象です。

動的解析では面内回転剛性をコントロールして E+06（デフォルトでは、E+02）に増加させる必要がありますが、静的解析の場合は E+02 で正しいことが分かりました。

これまで、モデルのアップデーティングは、先に大きな単一のコンポーネントの検証を行わずには不可能でした。このアプローチは、不安定なパラメータの数をかなり幅狭くし、変数の選択における確信度を高め、検証のプロセスのスピードをアップさせます。

繰返し精度における誤差により、静的なアップデーティングのプロセスに対して 0.1mm より

大きな測定値のみを使用することが決定されました。

開発されたアップデATING方法により、ヤング率やシェル板厚のような物理的パラメータのアップデATINGが可能になりました。最初のステップでヤング率のみがアップデATEされました。そして、真の設計パラメータ用として別のパラメータと取り換えなければならないことを意味する、非現実的な大きな変動がいくつかのケースで起こりました。

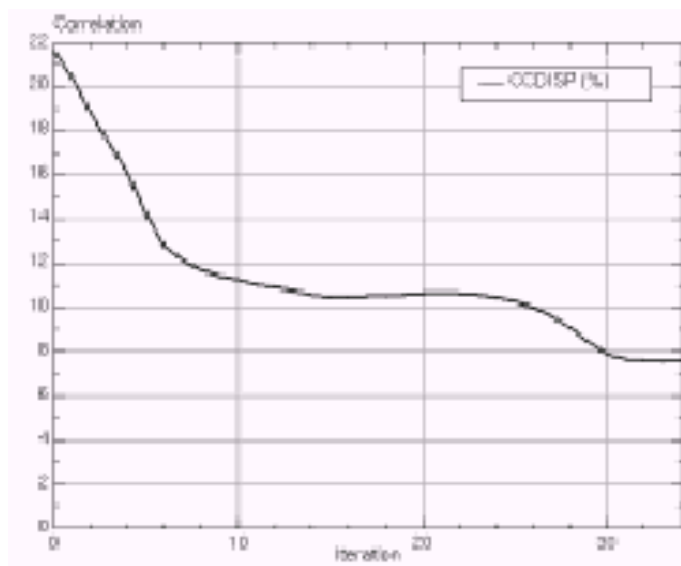


図 11 相関係数の収束

図 11 は、コアの曲げ荷重ケースに対する相関のトラッキングを示しています。相関係数  $ccdisp$  は、予測変位と参照変位間の重み付き相対差の平均値を表しています。それは、相関が完全な場合にはゼロになり、反復によって最小になる目的関数として使用されます。

21.6%で開始した重み付き相対差が、7.5%に減少しました。この値より小さな値に改善することはできませんでした。少量の測定された非線形性はもちろん、測定データにおける微小な変化が、その理由であることが分かりました。テスト・データとのマッチングに対しては、最後の改善がベストです。

手法の開発や相関、アップデATINGはもちろん、デザインやテストの設定、実行には、大きな人手が掛かります。BR710 エンジンの静定マウンティングは、モデル検証に対するこのアプローチをフレキシブルなものにしました。モデルの予測値とテスト・データとの間の初期相関は、すでに期待された誤差範囲内にありましたが、それでもなお、測定技術によってそれを限界まで改善できました。実験モード解析のアプローチによる単一コンポーネントのモデル改善は、胴体の静剛性試験によって検証されました。アップデATING方法が、パラメータ変動の物理的解釈を可能にしました。

大きな静荷重の下での構造物のセットリングが定量化されました。そしてそれは、さらに解析を進めて減衰を求めるために使用できます。検証のプロセスが、WEM モデルの品質と予測における確信度を十分に確認しました。

## 記号の説明

WEM : エンジン全体の有限要素モデル  
lp-rotor : 低圧ローター  
hp-rotor : 高圧ローター  
LVDT : 線形可変変位トランスデューサ  
DOF : 自由度  
TDC : 最上部の死荷重中心  
[C<sub>P</sub>] : パラメータの重み付けマトリックス  
[C<sub>R</sub>] : 応答の重み付けマトリックス  
E : 誤差関数  
{F} : 静的外力ベクトル  
[K] : 剛性マトリックス  
P : パラメータ  
R : 応答  
[S] : 感度マトリックス  
{U} : 静的変位ベクトル  
Δ : 有限差分  
∂ : 偏導関数  
ε : 収束判定値  
A : 解析値  
E : 実験値  
I : 自由度番号  
J : 荷重ケース番号  
K : パラメータ番号  
O : 元の値  
U : アップデートされた値  
[ ]<sup>t</sup> : 転置マトリックス  
[ ]<sup>-1</sup> : 逆マトリックス